

Matemáticas 1 - Preparaduría 6. **Ejercicios - SEMANA 7.**

1. Calcular los siguientes límite, si es que existen,

$$a. \lim_{x \rightarrow a} \left(\sin\left(\frac{x-a}{2}\right) \tan\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \right)^2 \quad b. \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{\pi \sin(\sin(2x))}{4x}\right)$$

2. Sea f una función continua y positiva en \mathbb{R} . Calcular $f(3)$ si $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{f(x) + x - 2}}{7+x} = f(3)$.

3. Determine el valor (o los valores) donde la función $h(x) = \frac{2x + \sqrt{5}}{2 \sin(2x) - \sqrt{2}}$ sea discontinua.

4. Clasifique las discontinuidades que presenta la función

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x-1) & \text{si } x < 1 \\ x-1 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ \frac{3x-2-x^2}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

De ser posible, construya una función $F(x)$ continua para todo el dominio de f .

5. Sea $f(x) = -2x + \frac{4}{3}x^{3/2}$. Se define la función F , como

$$F(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

Calcular $F'(0)$, si es que existe.

6. Sea

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & \text{si } x < 0 \\ ax^2 + bx + c & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ x^3 & \text{si } x > 1 \end{cases}.$$

Determine a , b y c para que f sea continua en $x = 0$ y diferenciable en $x = 1$.

7. Encontrar, si es que existen, los valores a y b para que

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 + a & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1}{|x|} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

sea diferenciable en $x = 2$.

8. Encontrar una ecuación para la recta tangente a la curva $g(x) = \sqrt[3]{1-x}$ que pasa por el punto $(3, 0)$.